

# **Tecnica delle Costruzioni Meccaniche**

## ***Esercizi e soluzioni***

Stefano Miccoli

Anno Accademico 2001/2002  
(versione del 27 febbraio 2002)

### **Indice**

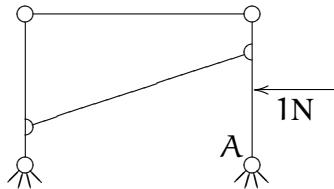
<b>1</b>	<b>Macchine semplici</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Analisi cinematica</b>	<b>14</b>
<b>3</b>	<b>Azioni interne</b>	<b>24</b>

Copyright © 2000, 2002 by Stefano Miccoli. This material may be distributed only subject to the terms and conditions set forth in the Open Publication License, v1.0 or later (the latest version is presently available at <http://www.opencontent.org/openpub/>).  
Distribution of substantively modified versions of this document is prohibited without the explicit permission of the copyright holder.  
Distribution of the work or derivative of the work in any standard (paper) book form is prohibited unless prior permission is obtained from the copyright holder.

### 3 Azioni interne

#### ESERCIZIO 3.1.

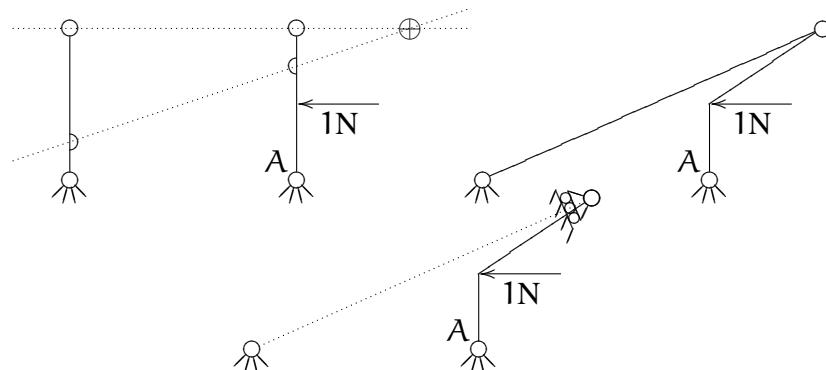
Determinare le reazioni vincolari in A.



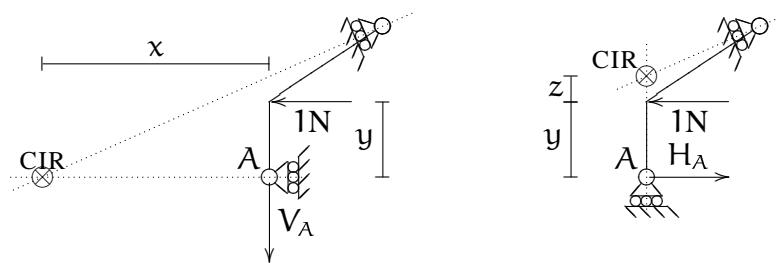
#### SOLUZIONE 3.1.

Si può osservare che sono richieste le reazioni vincolari sulla cerniera a terra dell'unica asta caricata. Per questo motivo conviene semplificare la struttura cercando di sostituire le altre tre aste con un equivalente vincolo a terra. Il procedimento ricalca l'analisi cinematica del portale.

- Le due traverse (ciascuna equivalente ad un carrello interno) vengono ridotte ad una cerniera; il portale diventa un arco a tre cerniere che viene ulteriormente ridotto ad un'asta cerniera carrello.



- Si applica una qualsiasi delle tecniche usualmente riservate al calcolo delle reazioni vincolari in un'asta vincolata isostaticamente. Per esempio con il PLV si possono considerare queste due situazioni

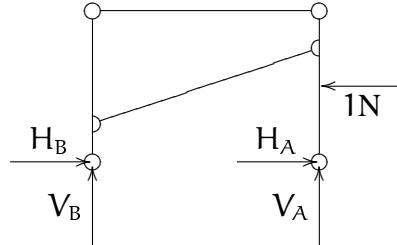


Si ottiene così

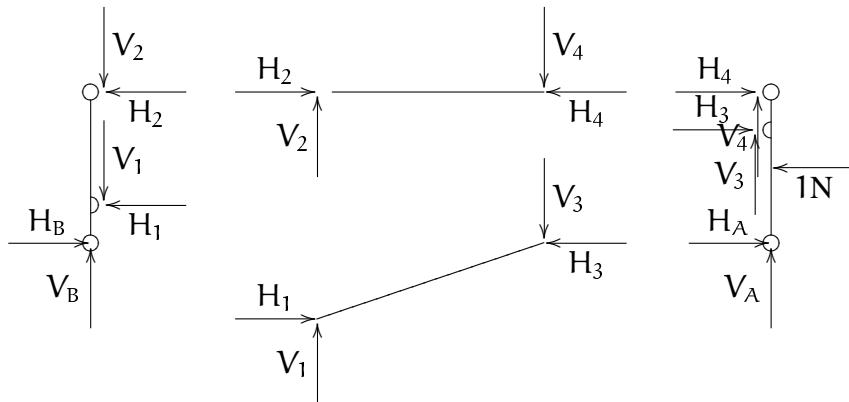
$$V_A = \frac{y}{x} \cdot 1N \quad H_A = \frac{z}{z+y} \cdot 1N$$

La determinazione di  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , è un semplice esercizio di geometria.

In modo alternativo le reazioni vincolari possono essere calcolate svincolando completamente da terra la struttura.

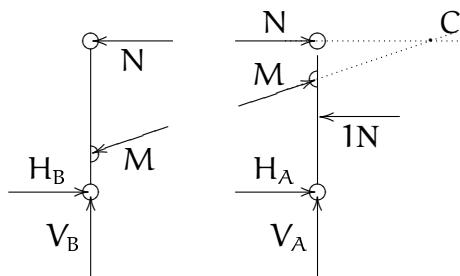


Così facendo però si evidenziano quattro reazioni incognite, mentre possono essere scritte solo le tre equazioni cardinali della statica. Essendo la struttura isostatica si può pensare di svincolarla completamente.



In questo modo si evidenziano 12 incognite ma, avendo quattro aste completamente svincolate, possono anche essere scritte 12 equazioni di equilibrio (tre per ogni asta.)

La soluzione di un sistema di 12 equazioni in 12 incognite non è ovviamente agevole, conviene dunque semplificare la situazione. Si può osservare che le traverse non presentano azioni esterne, dunque trasmettono un'azione, eguale e contraria ai due estremi, diretta come l'asta stessa.



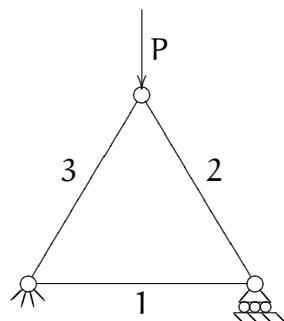
Il problema si è ridotto ad un sistema di sei equazioni in sei incognite.

È possibile infine semplificare ulteriormente il problema scrivendo le tre equazioni cardinali della statica per l'intera struttura (nelle incognite  $H_A$ ,  $V_A$ ,  $H_B$ ,  $V_B$ ) e l'annullarsi del momento per il piedritto di destra rispetto al punto C. In quest'ultima equazione non compaiono le azioni interne  $M$  e  $N$ , che hanno momento nullo rispetto a C, e dunque si è ottenuta una quarta equazione, nelle componenti incognite della reazione in A.

#### TRACCIA

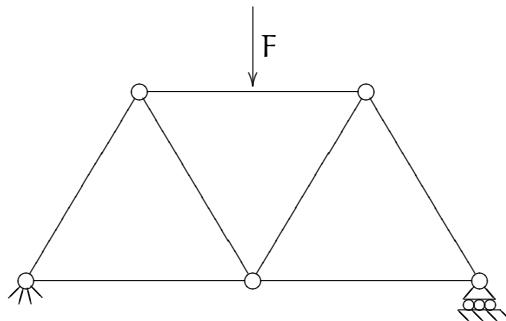
*Calcolare le reazioni vincolari prima di tracciare il diagramma delle azioni interne.*

#### ESERCIZIO 3.2.



Tracciare il diagramma delle azioni interne.

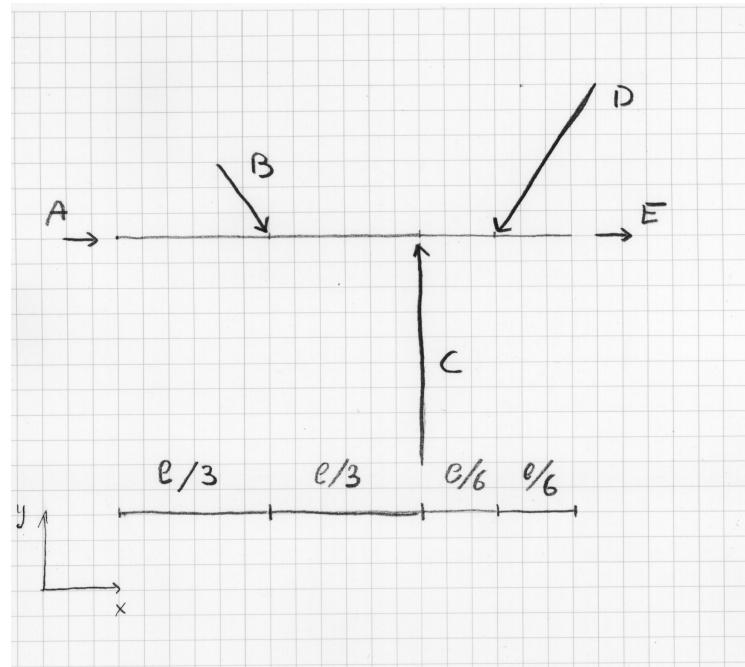
#### ESERCIZIO 3.3.



Tracciare il diagramma delle azioni interne

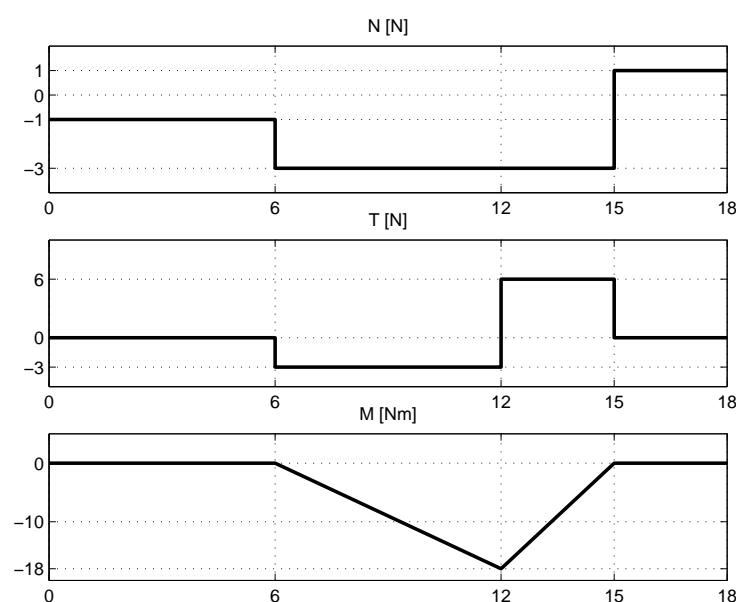
### ESERCIZIO 3.4.

Determinare il diagramma delle azioni interne.



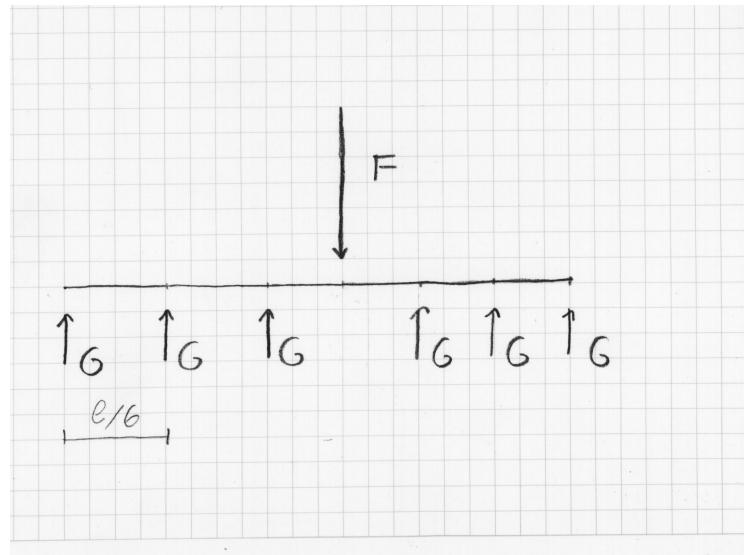
$$A_x = 1 \text{ N} \quad B_x = 2 \text{ N} \quad B_y = -3 \text{ N} \quad C_y = 9 \text{ N} \quad D_x = -4 \text{ N} \quad D_y = -6 \text{ N} \quad E_x = 1 \text{ N} \quad l = 18 \text{ m}$$

### SOLUZIONE 3.4.



### ESERCIZIO 3.5.

Determinare il diagramma delle azioni interne.

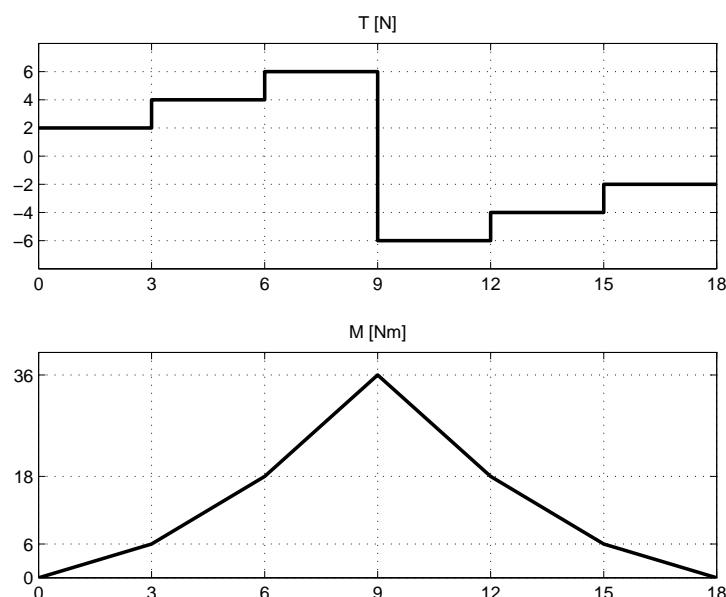


$$G_y = 2 \text{ N}$$

$$F_y = -12 \text{ N}$$

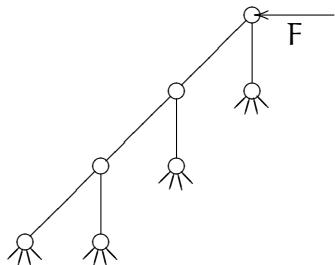
$$l = 18 \text{ m}$$

### SOLUZIONE 3.5.

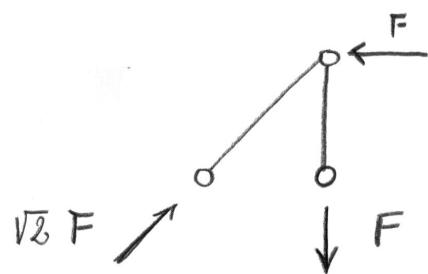


ESERCIZIO 3.6.

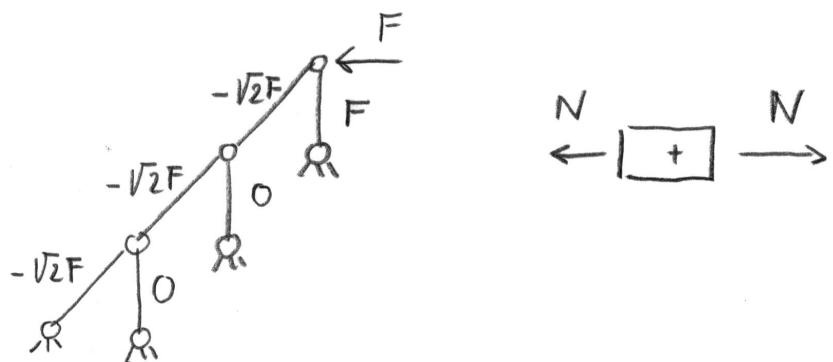
Tracciare il diagramma delle azioni interne.



SOLUZIONE 3.6.

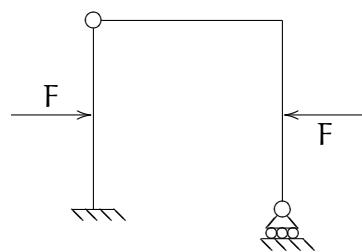


$$T = 0 \quad M = 0$$

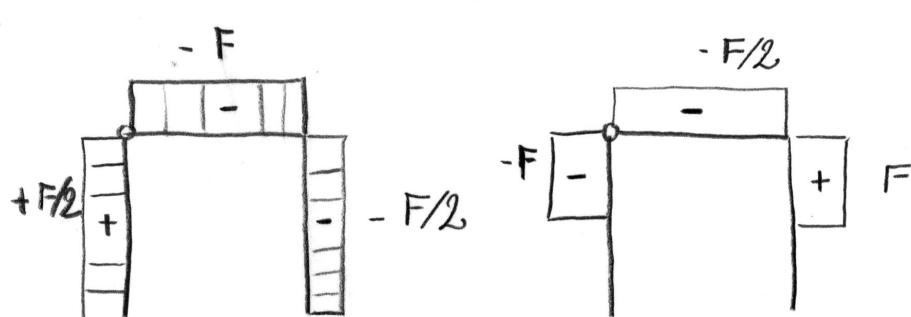
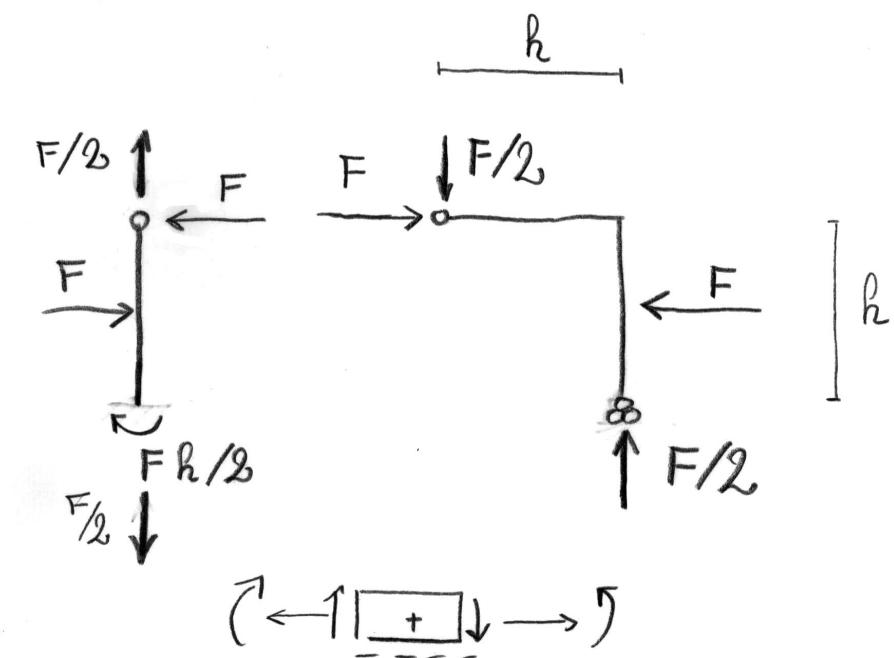


ESERCIZIO 3.7.

Tracciare il diagramma delle azioni interne.

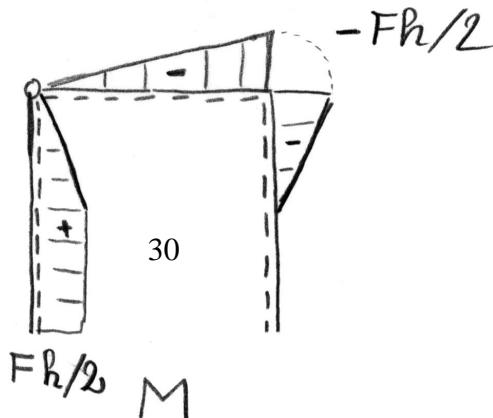


SOLUZIONE 3.7.



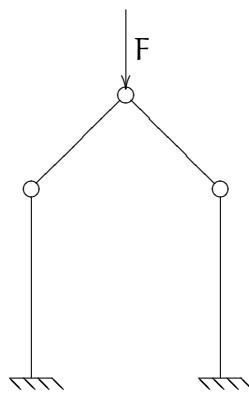
$N$

$T$

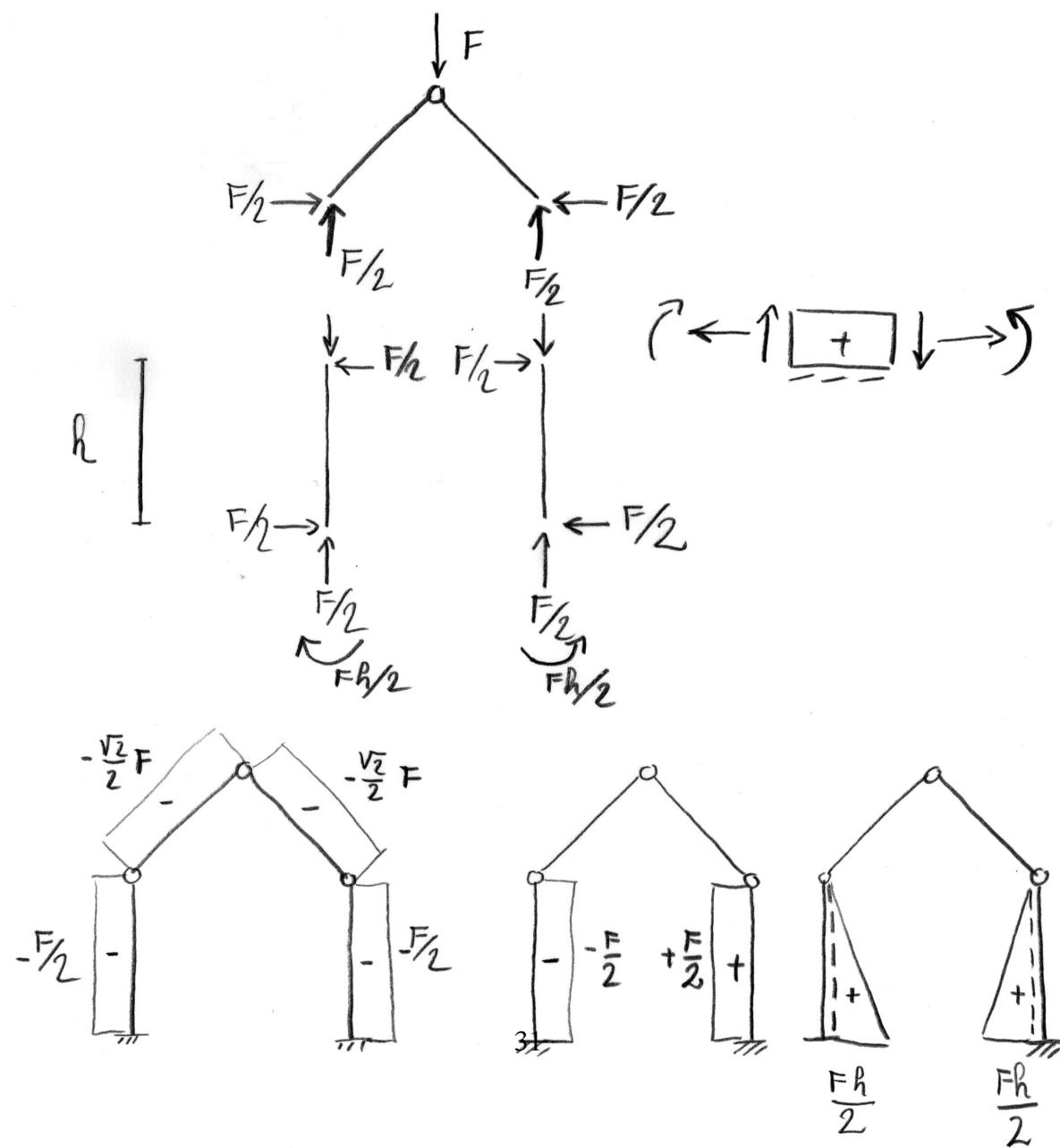


### ESERCIZIO 3.8.

Tracciare il diagramma delle azioni interne.

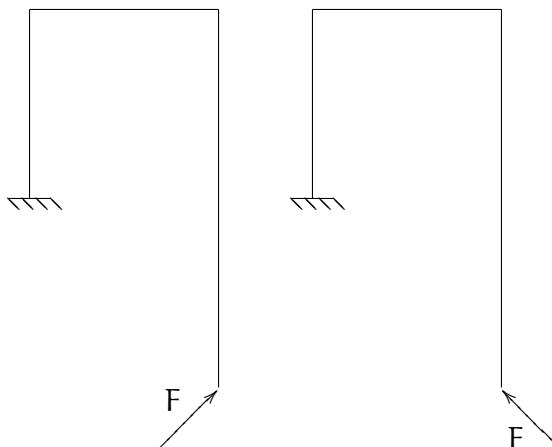


SOLUZIONE 3.8.

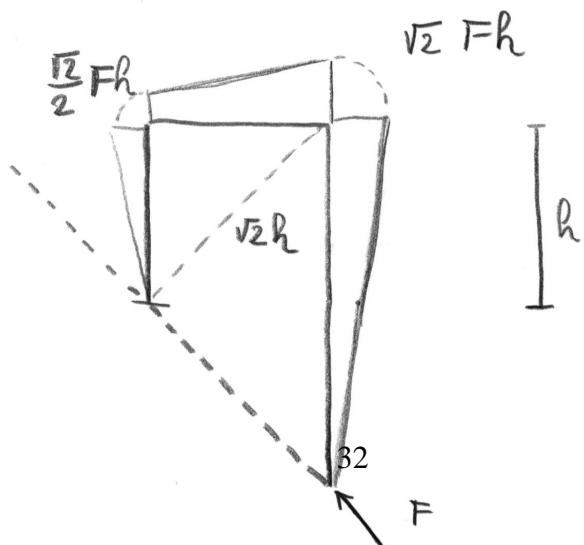
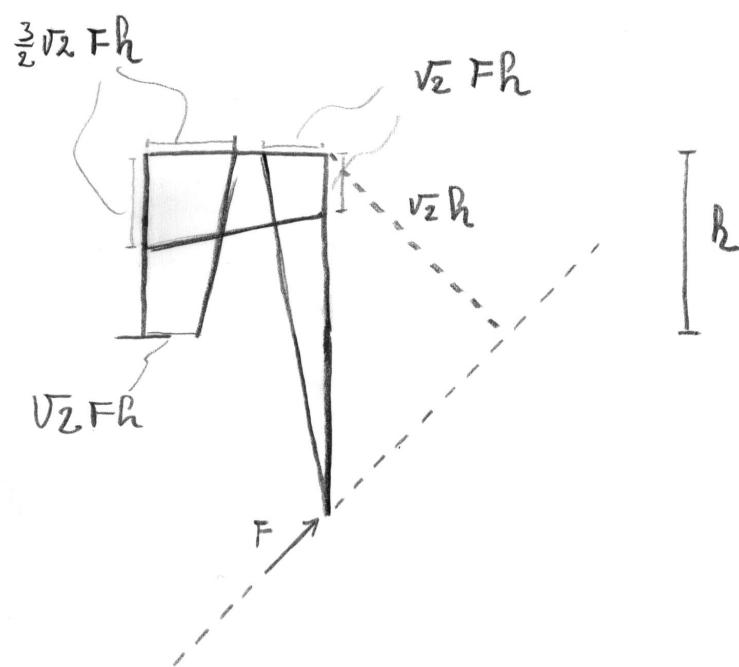


ESERCIZIO 3.9.

Tracciare per le seguenti strutture il diagramma del momento flettente.

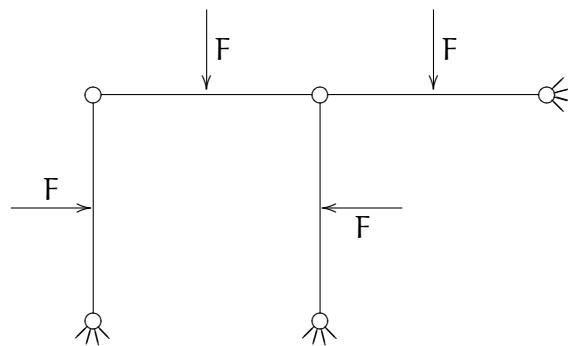


SOLUZIONE 3.9.

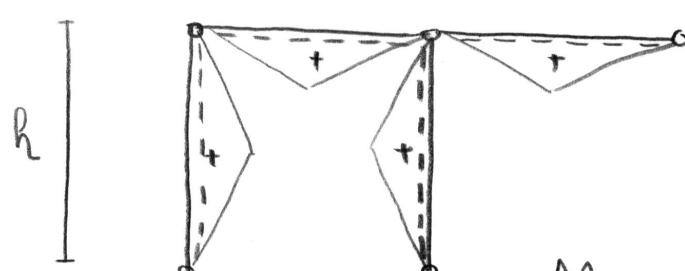
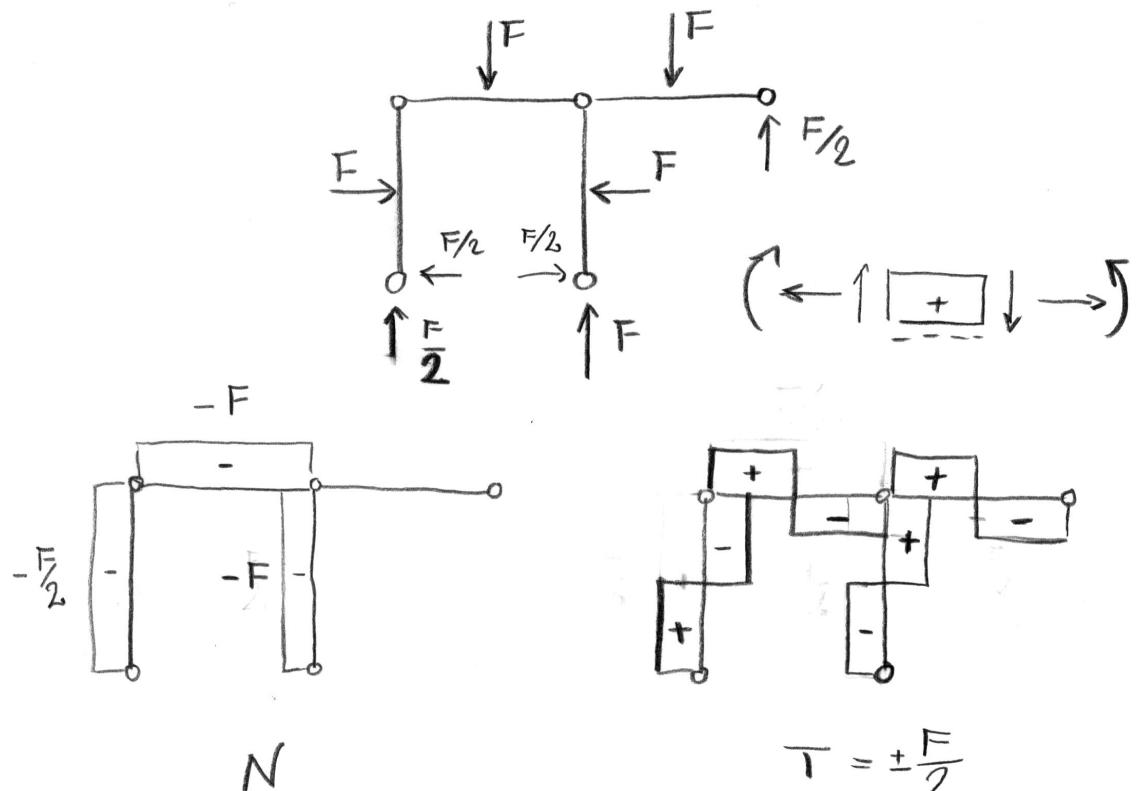


ESERCIZIO 3.10.

Tracciare il diagramma delle azioni interne.



SOLUZIONE 3.10.

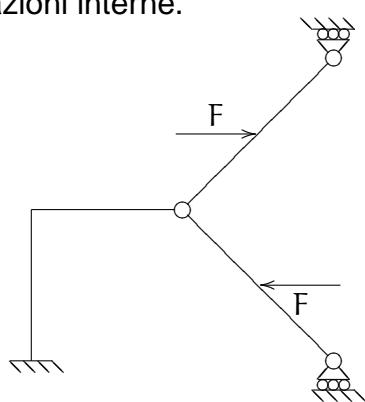


$$M_{MAX}$$

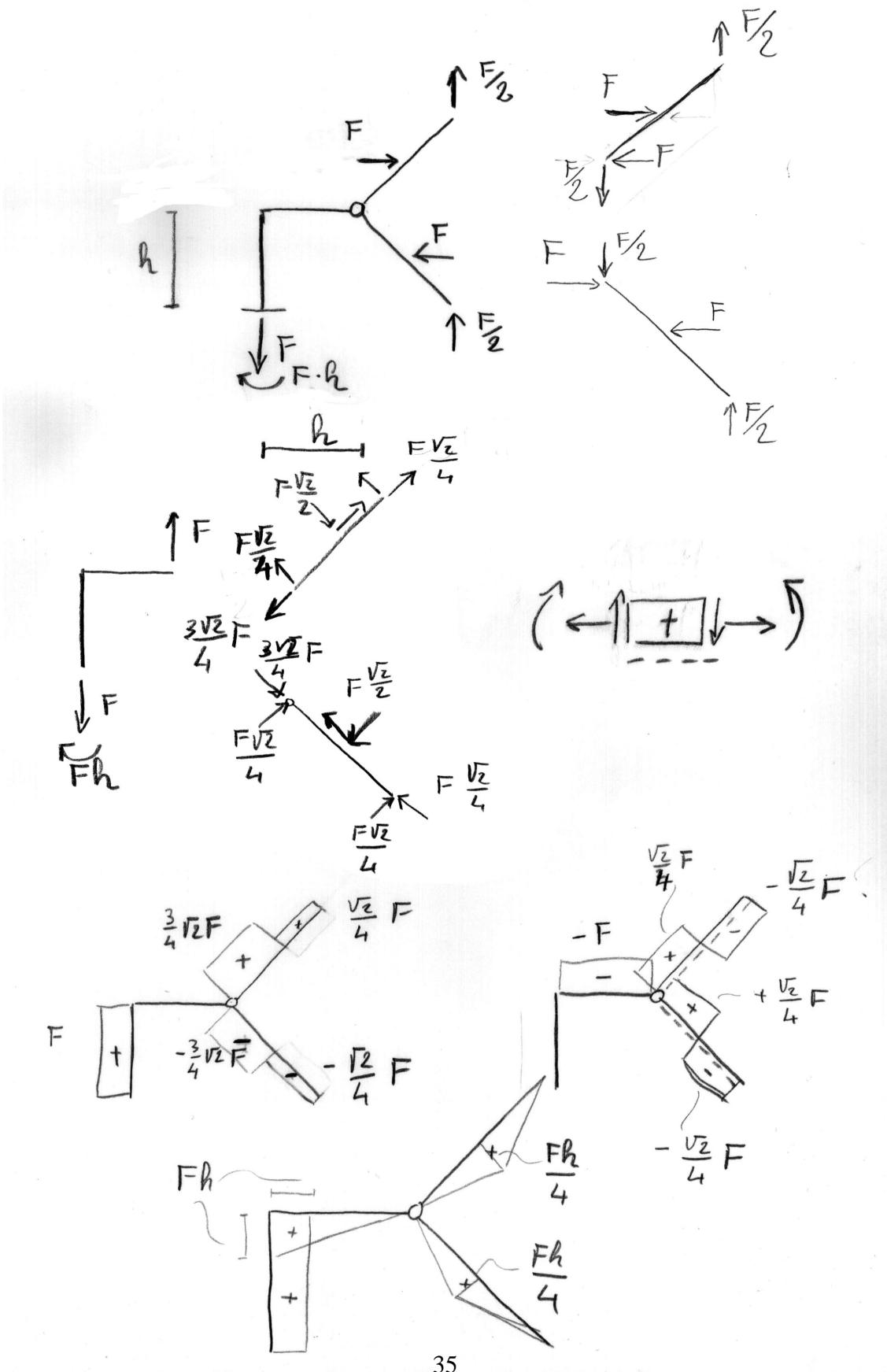
$$M_{MAX} = \frac{Fh}{4}$$

**ESERCIZIO 3.11.**

Tracciare il diagramma delle azioni interne.

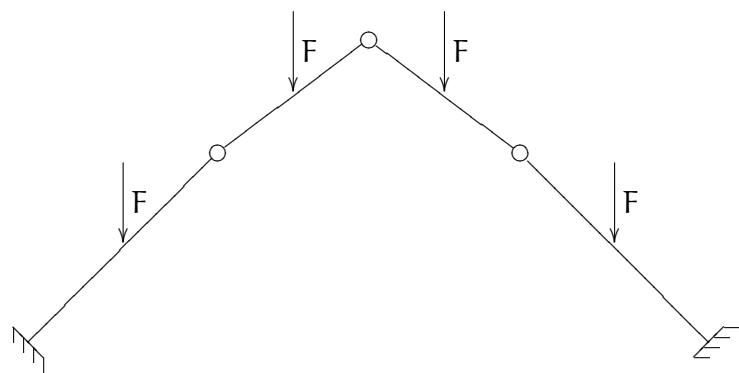


SOLUZIONE 3.11.



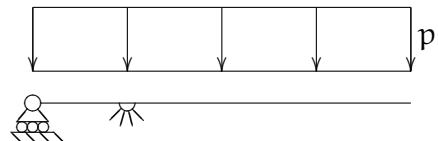
**ESERCIZIO 3.12.**

Tracciare il diagramma delle azioni interne.

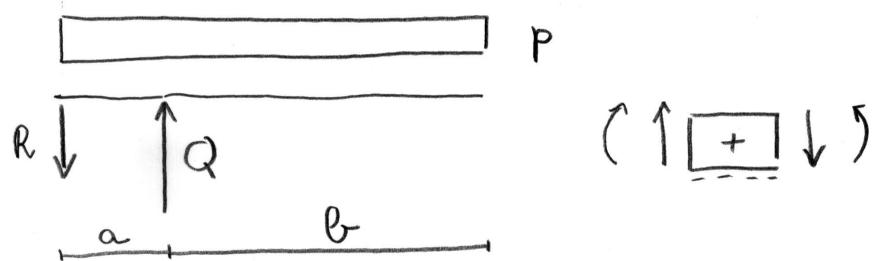


ESERCIZIO 3.13.

Tracciare il diagramma delle azioni interne.



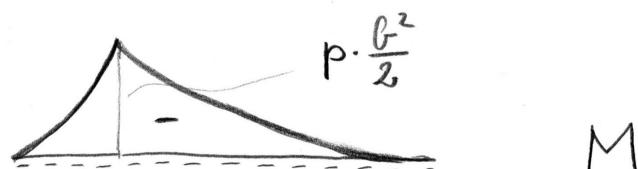
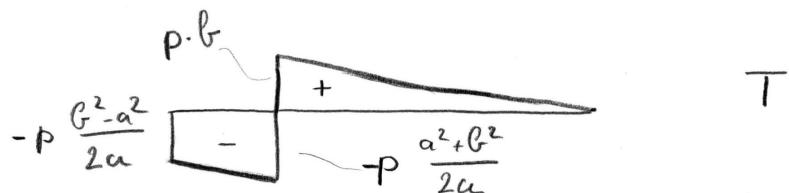
SOLUZIONE 3.13.



$$R = p \frac{b^2 - a^2}{2a} = (a + b)p \frac{b - a}{2a}$$

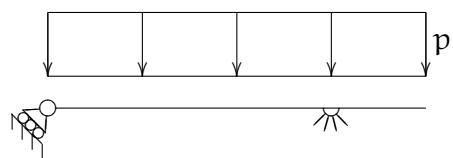
$$Q = p \frac{(a + b)^2}{2a} = (a + b)p \frac{a + b}{2a}$$

$$N = 0$$

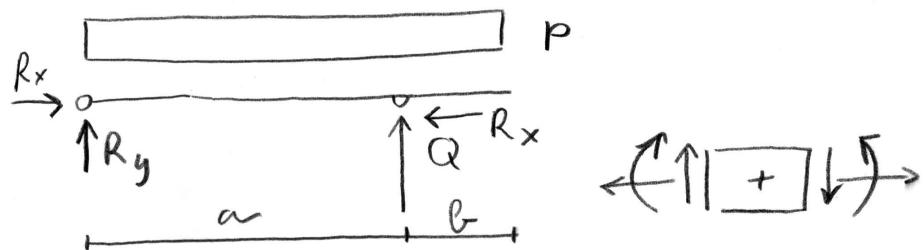


ESERCIZIO 3.14.

Tracciare il diagramma delle azioni interne.

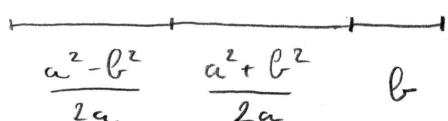
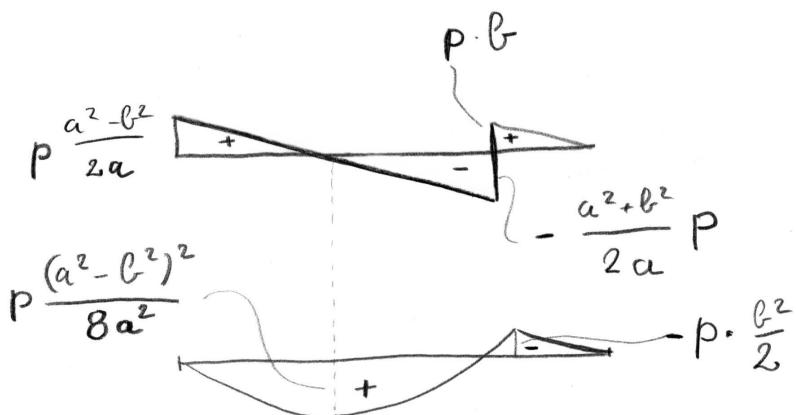


SOLUZIONE 3.14.



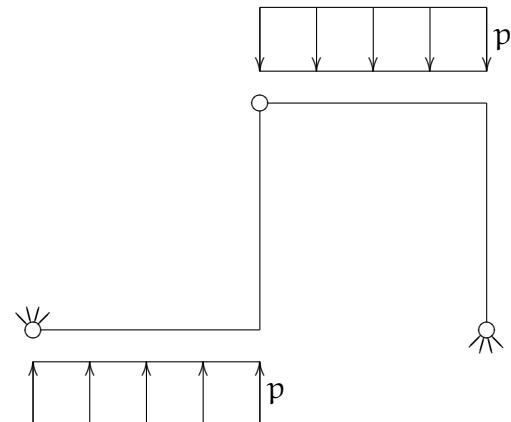
$$R_x = R_y = (a+b)p \frac{a-b}{2a}$$

$$Q = (a+b)p \frac{a+b}{2a}$$



### ESERCIZIO 3.15.

Tracciare il diagramma delle azioni interne.

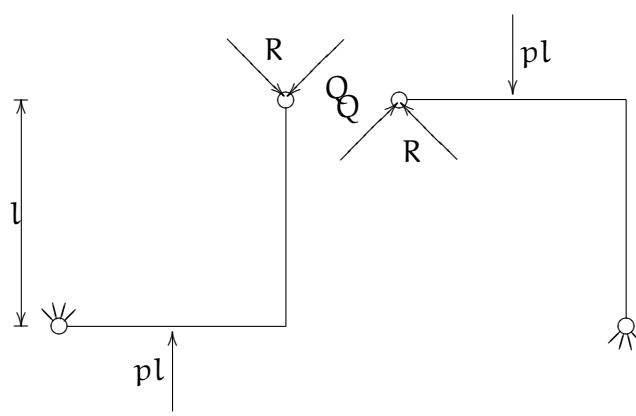


#### TRACCIA

*Spezzare la struttura nella cerniera centrale per determinare le azioni scambiate tra le due aste e solo poi calcolare le reazioni vincolari.*

#### SOLUZIONE 3.15.

**Calcolo delle reazioni vincolari.** Conviene spezzare la struttura nella cerniera centrale e mettere in evidenza la forza scambiata tra le due parti della struttura.<sup>2</sup> Data la particolare geometria conviene decomporre questa forza secondo le due direzioni ortogonali Q ed R, indicate in figura. Conviene inoltre, al solo fine del calcolo delle reazioni vincolari, sostituire le forze distribuite con la loro risultante.



<sup>2</sup>Il momento ovviamente è nullo trattandosi di una cerniera.

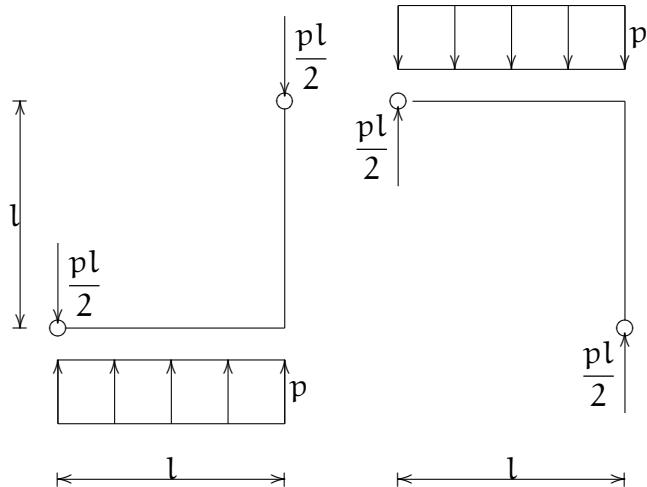
Data questa decomposizione è facile verificare che per la struttura di sinistra R non da momento rispetto alla cerniera a terra, mentre per la struttura di destra la stessa situazione si verifica per Q. È dunque naturale calcolare queste forze annullando i momenti rispetto alle cerniere a terra:

$$\sqrt{2}l \cdot R = \frac{pl^2}{2}, \quad \sqrt{2}l \cdot Q = \frac{pl^2}{2},$$

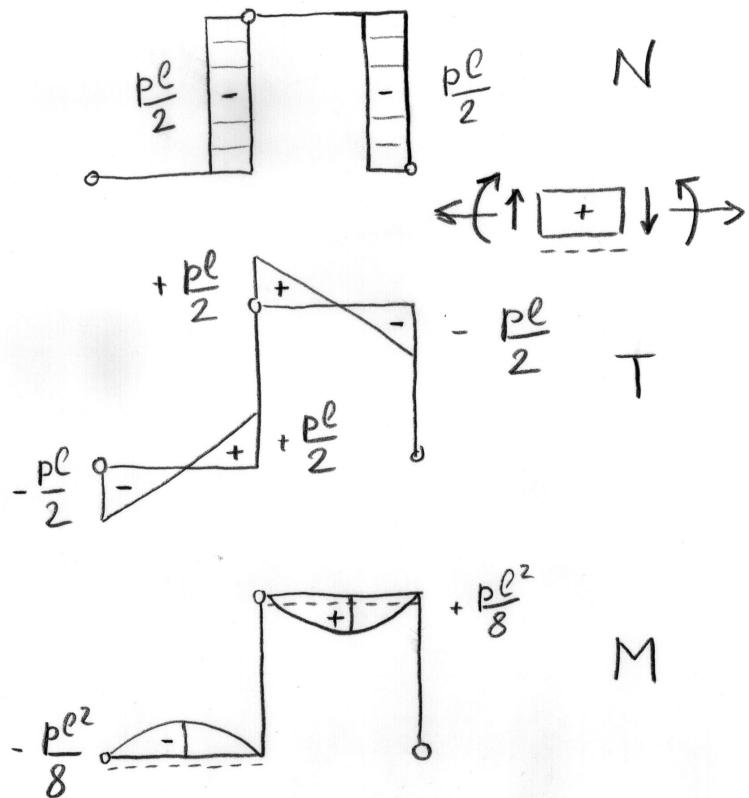
da cui si ottiene

$$R = Q = \frac{\sqrt{2}}{4}pl.$$

Il calcolo delle reazioni vincolari a terra è banale; come si verifica facilmente si ottiene la seguente situazione, a partire dalla quale si possono tracciare direttamente le azioni interne.

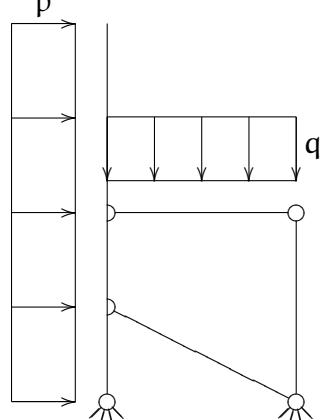


### Diagramma delle azioni interne



### ESERCIZIO 3.16.

Tracciare il diagramma delle azioni interne.

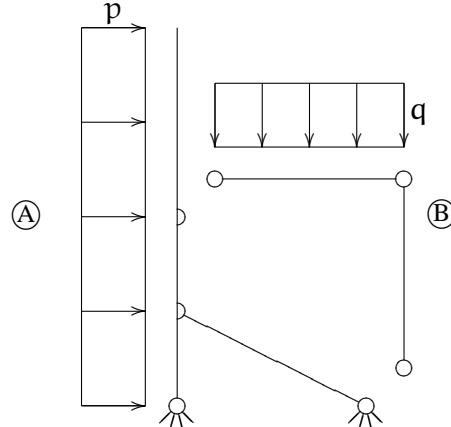


TRACCIA

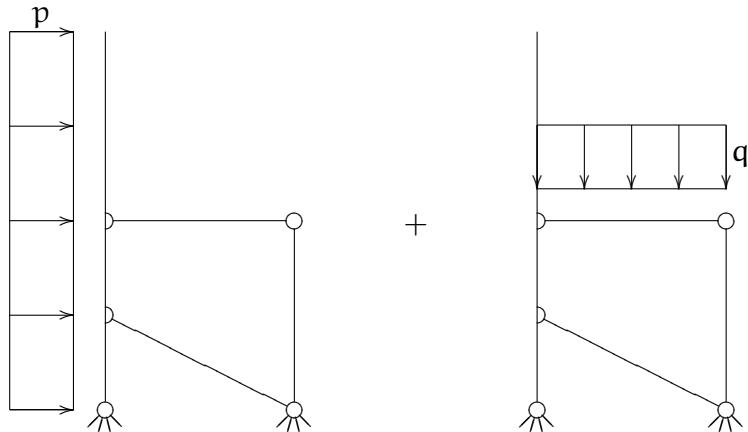
Analizzare separatamente i carichi  $p$  e  $q$  e applicare la sovrapposizione degli effetti.

SOLUZIONE 3.16.

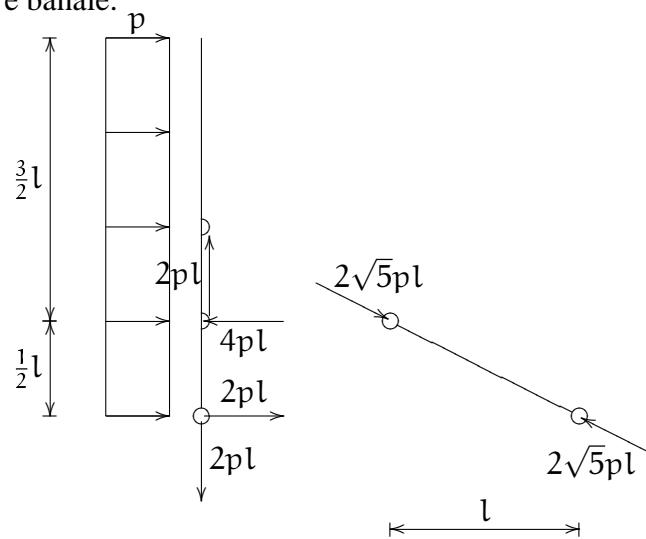
**Analisi cinematica** È facile riconoscere due archi a tre cerniere isostatici, l'uno impostato sull'altro:



Agendo i carichi  $p$  e  $q$  su due strutture distinte conviene risolvere la struttura per sovrapposizione di effetti.

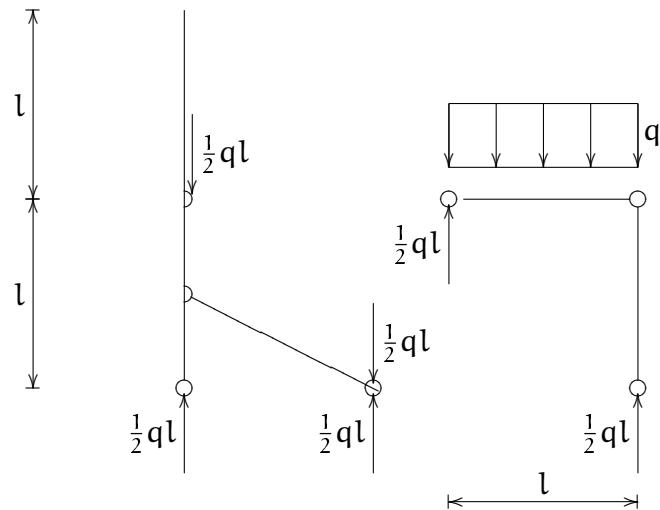


**Carico  $p$**  Con solo il carico  $p$  agente l'arco a tre cerniere ⑧ risulta scarico. La biella posta in diagonale è caricata solo da azione normale; fatta questa osservazione il calcolo delle reazioni vincolari è banale.



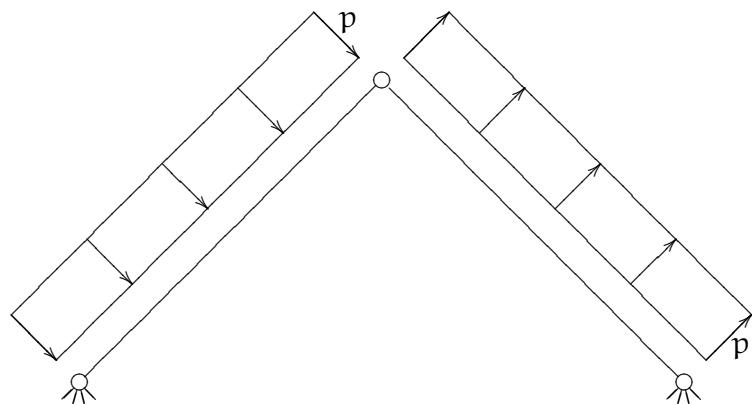
Il diagramma di taglio e momento flettente nell'asta verticale è identico a quello dell'esercizio 3.13, pur di assegnare i corretti valori alle variabili  $a$  e  $b$ ; il diagramma delle azioni normali non presenta, come al solito, particolari difficoltà.

**Carico q** È facile verificare che in assenza di carico  $p$  l'arco  $\textcircled{A}$  è scarico, a parte una azione normale nell'asta verticale. Date le seguenti reazioni vincolari, determinare le azioni interne non presenta particolari difficoltà.



ESERCIZIO 3.17.

Tracciare il diagramma delle azioni interne.



SOLUZIONE 3.17.

