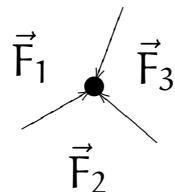


Materiale ad esclusivo uso degli studenti del corso di
Tecnica delle Costruzioni Meccaniche
<http://www.mecc.polimi.it/~miccoli/TCM/>
tenuto presso il Politecnico di Milano, III Facoltà di
Architettura-Design.

Anno Accademico 2003/2004, versione del 4 novembre 2003

Copyright © 2001-2003 by Stefano Miccoli. This material may be distributed only subject to the terms and conditions set forth in the Open Publication License, v1.0 or later (the latest version is presently available at <http://www.opencontent.org/openpub/>). Distribution of substantively modified versions of this document is prohibited without the explicit permission of the copyright holder. Distribution of the work or derivative of the work in any standard (paper) book form is prohibited unless prior permission is obtained from the copyright holder.

Relazione tra $\mathcal{L} = 0$ ed equilibrio del punto materiale



Le equazioni cardinali della statica per un punto materiale si riducono a

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

nell'ipotesi di forze attive costanti ciò è equivalente a

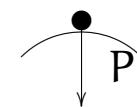
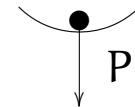
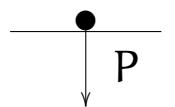
$$\mathcal{L} = 0, \quad \forall \vec{u} \text{ del punto materiale}$$

$$\underbrace{\sum \left(\vec{F}_i \cdot \vec{u} \right)}_{\mathcal{L}_F} = \underbrace{\left(\sum_i \vec{F}_i \right)}_{\vec{R}} \cdot \vec{u}$$

$$\boxed{\mathcal{L}_F = 0, \forall \vec{u}} \quad \Rightarrow \quad \vec{R} \cdot \vec{u} = 0, \forall \vec{u} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{R} = \vec{0}}$$

dato che \vec{u} è arbitrario.

Equilibrio e stabilità



eq. "indifferente"

$$\mathcal{L}_P = 0$$

eq. stabile

$$\mathcal{L}_P < 0$$

eq. instabile

$$\mathcal{L}_P > 0$$

- l'**equilibrio** è una proprietà "**locale**"
- la **stabilità** dell'equilibrio è una proprietà "**non-locale**"
- per verificare l'equilibrio con la formula $\mathcal{L} = 0$ devo applicare spostamenti piccolissimi (infinitesimi), cioè confondere l'arco con la tangente.

Richiami di matematica: derivata e differenziale di una funzione

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$\frac{df}{dx} = f'(x)$$

$$df(x) = f'(x) dx$$

Richiami di matematica: regole di differenziazione

$$d(f(x) + g(x)) = \frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) \, dx = f'(x) \, dx + g'(x) \, dx$$

Il differenziale segue le stesse regole della derivazione; in particolare

$$d(f + g) = df + dg$$

$$d(\alpha f) = \alpha \, df \qquad \qquad \alpha \text{ costante}$$

$$d(f \cdot g) = df \cdot g + f \cdot dg$$