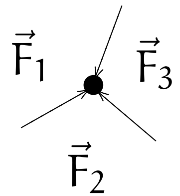
Tecnica delle Costruzioni Meccaniche

Stefano Miccoli

Materiale ad esclusivo uso degli studenti del corso di
Tecnica delle Costruzioni Meccaniche
http://www.mecc.polimi.it/~miccoli/TCM/
tenuto presso il Politecnico di Milano, III Facoltà di
Architettura-Design.

Anno Accademico 2003/2004, versione del 4 novembre 2003

Relazione tra $\mathcal{L} = 0$ ed equilibrio del punto materiale



Le equazioni cardinali della statica per un punto materiale si riducono a

$$\boxed{\sum \vec{F} = \vec{0}}$$

nell'ipotesi di forze attive costanti ciò è equivalente a

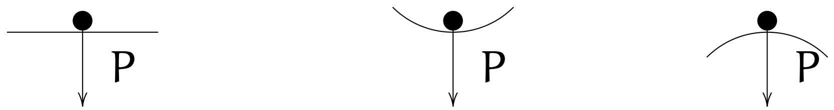
$$\boxed{\mathcal{L} = 0, \qquad \forall \vec{u} \text{ del punto materiale}}$$

$$\underbrace{\sum \left(\vec{F}_i \cdot \vec{u}\right)}_{\mathcal{L}_F} = \underbrace{\left(\sum_i \vec{F}_i\right)}_{\vec{R}} \cdot \vec{u}$$

$$\boxed{\mathcal{L}_F = 0, \forall \vec{u}} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{R} \cdot \vec{u} = 0, \forall \vec{u} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\vec{R} = \vec{0}}$$

dato che $\vec{u}$ è arbitrario.

Equilibrio e stabilità



eq. "indifferente"	eq. stabile	eq. instabile
$\mathcal{L}_P = 0$	$\mathcal{L}_P < 0$	$\mathcal{L}_P > 0$

- l'*equilibrio* è una proprietà **"locale"**
- la *stabilità* dell'equilibrio è una proprietà **"non-locale"**
- per verificare l'equilibrio con la formula $\mathcal{L} = 0$ devo applicare spostamenti piccolissimi (infinitesimi), cioè confondere l'arco con la tangente.

Richiami di matematica: derivata e differenziale di una funzione

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$\frac{df}{dx} = f'(x)$$

$$df(x) = f'(x)\, dx$$

Richiami di matematica: regole di differenziazione

$$d(f(x) + g(x)) = \frac{d}{dx}(f(x) + g(x))\ dx = f'(x)\ dx + g'(x)\ dx$$

Il differenziale segue le stesse regole della derivazione; in particolare

$$d(f + g) = df + dg$$

$$d(\alpha f) = \alpha\ df \qquad \alpha \text{ costante}$$

$$d(f \cdot g) = df \cdot g + f \cdot dg$$